



AGH UNIVERSITY OF SCIENCE
AND TECHNOLOGY

Modelowanie Wieloskalowe

Metody Bezsiatkowe

Dr hab. inż. **Łukasz Madej**, prof. AGH

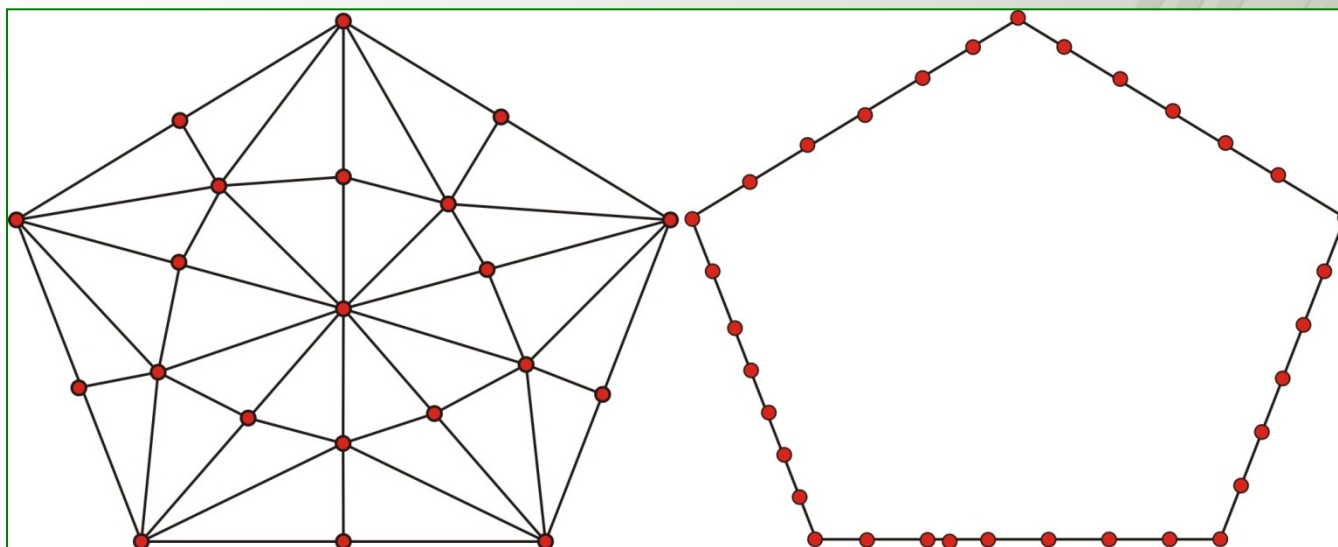
Konrad Perzyński

Katedra Informatyki Stosowanej i Modelowania

Wydział Inżynierii Metali i Informatyki Przemysłowej

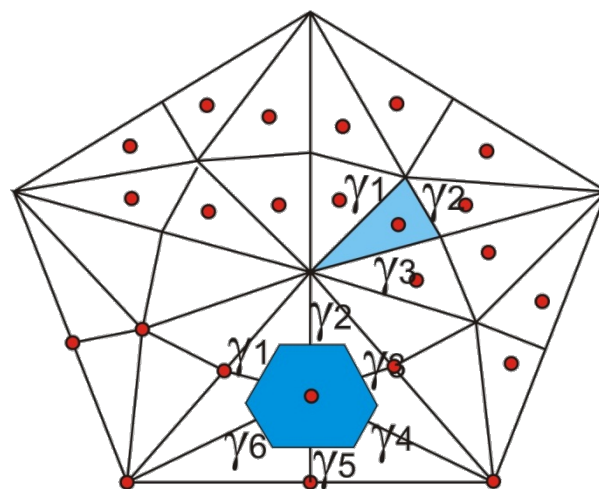
Budynek B5
p. 716

lmadej@agh.edu.pl
home.agh.edu.pl/lmadej



MES

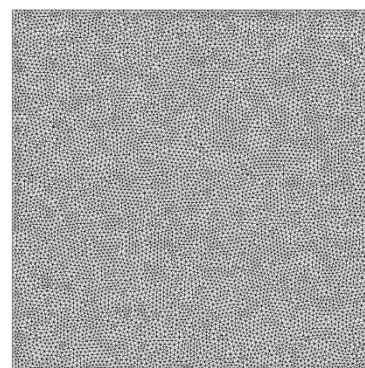
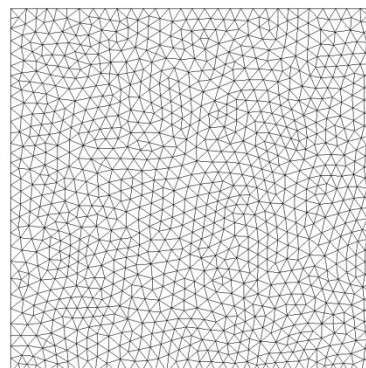
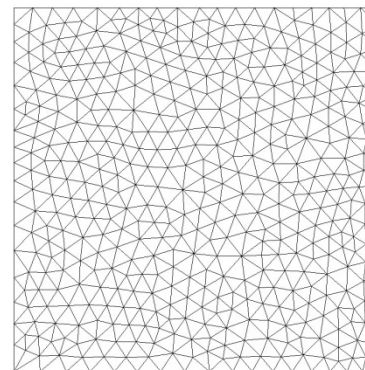
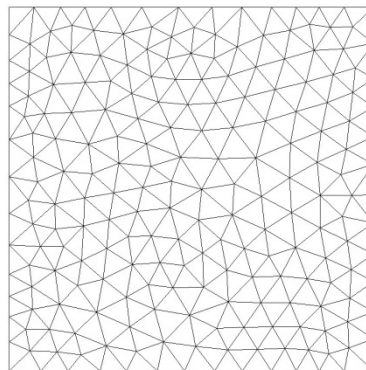
MEB



MOS

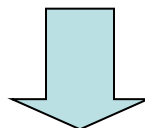
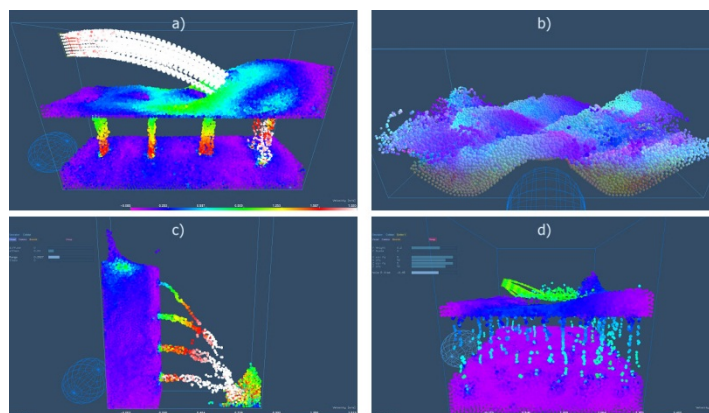
Pomimo szerokiego spektrum zastosowań metody siatkowe charakteryzują się kilkoma ograniczeniami np.:

- w metodach siatkowych, generacja siatki dla dziedziny problemowej jest wymogiem symulacji,
- zwiększenie dokładności symulacji wymaga przebudowy siatki MES

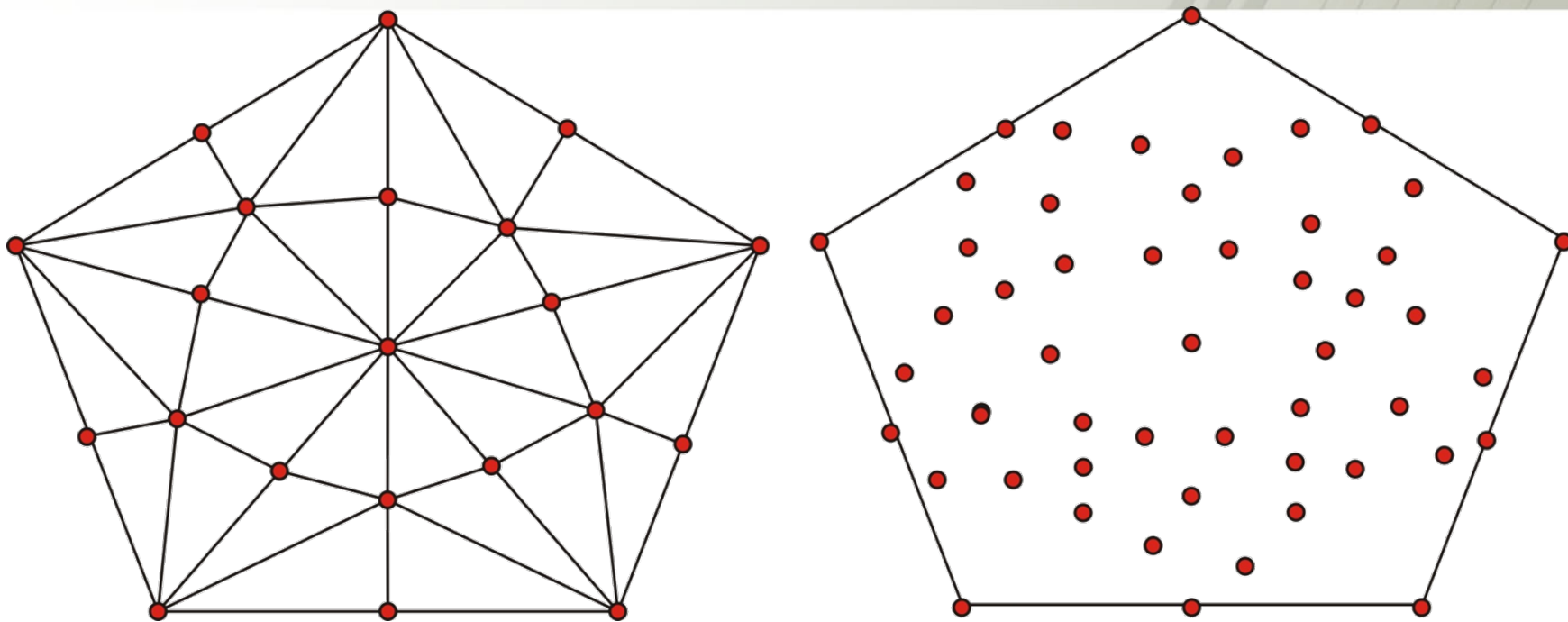


Ograniczenia metod siatkowych

trudności w symulacji problemów hydrodynamicznych takich jak wybuchy i uderzenia z wysoką prędkością (m.in. duże odkształcenia, duże niejednorodności, poruszające się połączenia materiałów, zniekształcane granice i wolne powierzchnie)

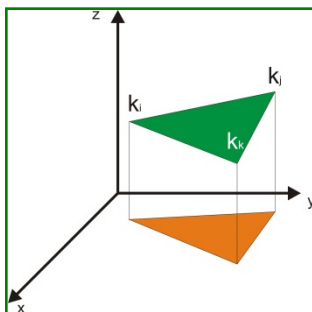


Metody bezsiatkowe

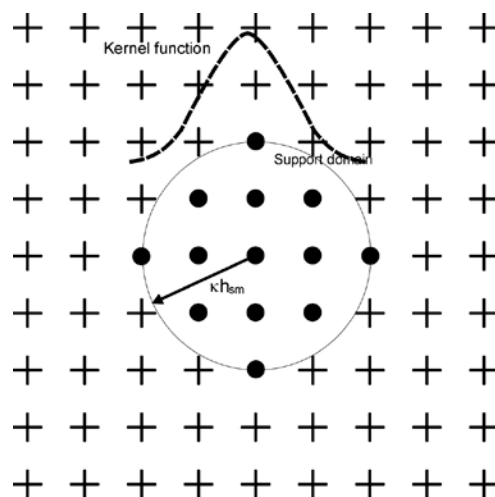


Metody bezsiatkowe do reprezentacji problemu używają zbioru węzłów rozproszonych w dziedzinie problemu, jak i na granicach dziedziny.

Funkcje kształtu w metodzie elementów skończonych bazują na zdefiniowanych elementach i są takie same dla całego elementu.



W metodach bezsiatkowych funkcja kształtu konstruowana jest dla danego punktu i bazuje na wybranych węzłach sąsiadujących.



1. W metodach bezsiatkowych dziedzina problemowa jest dyskretna w postaci np.. cząstek, bez ustalonych połączeń. Traktowanie dużych odkształceń jest dużo prostsze.
2. Dyskretyzacja złożonej geometrii jest prostsza, gdyż wymagana jest tylko na początku symulacji (nie ma przebudowy siatki w trakcie).
3. Zagęszczenie cząstek jest dużo szybsze do wykonania, niż zagęszczenie siatki.
4. Uzyskanie cech całego systemu fizycznego jest prostsze poprzez śledzenie ruchu cząstek. Stąd identyfikacja wolnych powierzchni, poruszających się połączeń i zniekształcanych granic nie jest trudnym zadaniem.

Metody SPH – Smoothed Particle Hydrodynamics

Metoda Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), została początkowo rozwinięta w roku 1977 do symulacji przepływu gazu międzygwiazdowego w astrofizyce.

Od wynalezienia została z sukcesem zastosowana w szerokiej gamie obszarów, włączając w to zjawiska fali uderzeniowej, załamывanie fal, przepływ lawy, problemy wolnej powierzchni i materiałów granulowanych oraz do mechaniki ciała stałego.

W metodzie SPH, stan systemu jest reprezentowany przez zbiór cząstek, które posiadają indywidualne własności materiałowe i poruszają się zgodnie z równaniami zasad zachowania.

Dyskretyzacja numeryczna w metodzie SPH jak i też w innych metodach cząsteczkowych pociąga za sobą przybliżanie:

- wartości funkcji,
- Pochodnych,
- całek,

w punktach cząstek, korzystając z informacji zawartych we wszystkich sąsiednich cząstkach wywierających wpływ na daną cząstkę.

Obszar tego wpływu nazywa się dziedziną wsparcia (ang. support domain)

Przykład:

Zmienna polowa f (np. gęstość, prędkość lub ciśnienie), dla cząstki znajdującej się w pozycji $r = \{x, y, z\}$, może być przybliżona jako:

N - liczba cząstek leżących w dziedzinie wsparcia S cząstki r

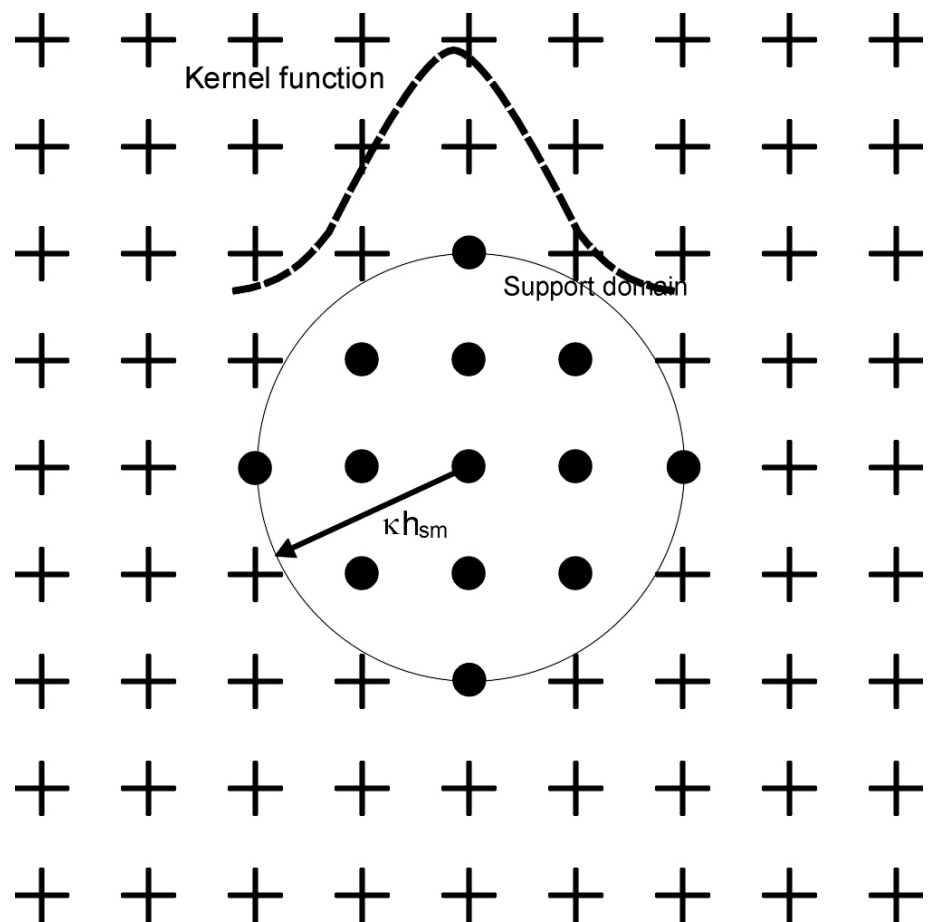
$$f(r) = \sum_{i=1}^N \phi_i(r) f_i$$

f_i - zmienna polowa cząstki i


ϕ_i - funkcja kształtu

Funkcję kształtu zazwyczaj reprezentuje funkcja wygładzania W (ang. kernel function, smoothing kernel)

$$f(r) = \sum_{i=1}^N \phi_i(r) f_i$$



$$f(r) = \sum_{i=1}^N \phi_i(r) f_i$$


$$f(r) \cong \int_{\Omega} f(r_i) W(r - r_i, h) dr_i$$

wymaganie jedności (unity condition)

$$\int_{\Omega} W(r - r_i, h) dr_i = 1$$

wartość całki funkcji W z całej dziedziny jest równa 1

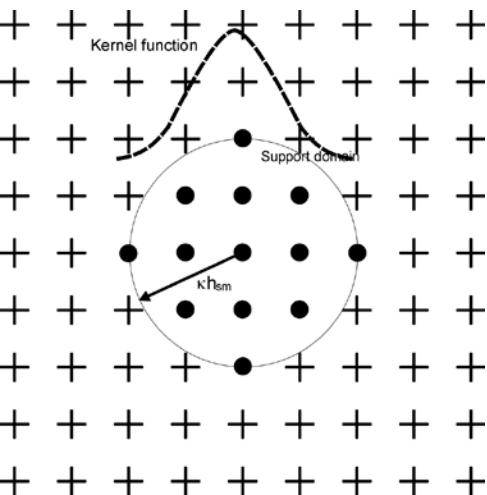
$$f(r) \cong \int_{\Omega} f(r_i) W(r - r_i, h) dr_i$$

wymaganie zbieżności do funkcji Diraca (Delta function property)

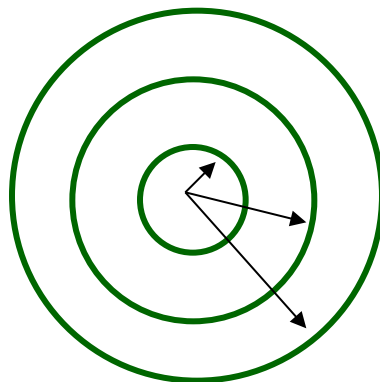
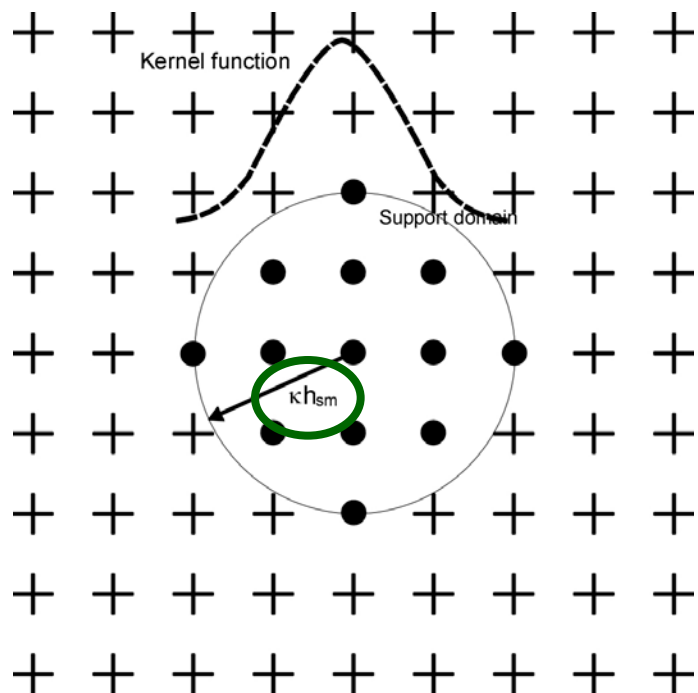
$$\lim_{h \rightarrow 0} W(r - r_i, h) = \delta(r - r_i) \quad \delta(r - r_i) = \begin{cases} 1 & r = r_i \\ 0 & r \neq r_i \end{cases}$$

compact condition

$$W(r - r_i, h) = 0 \quad dla \quad |r - r_i| > \kappa h$$

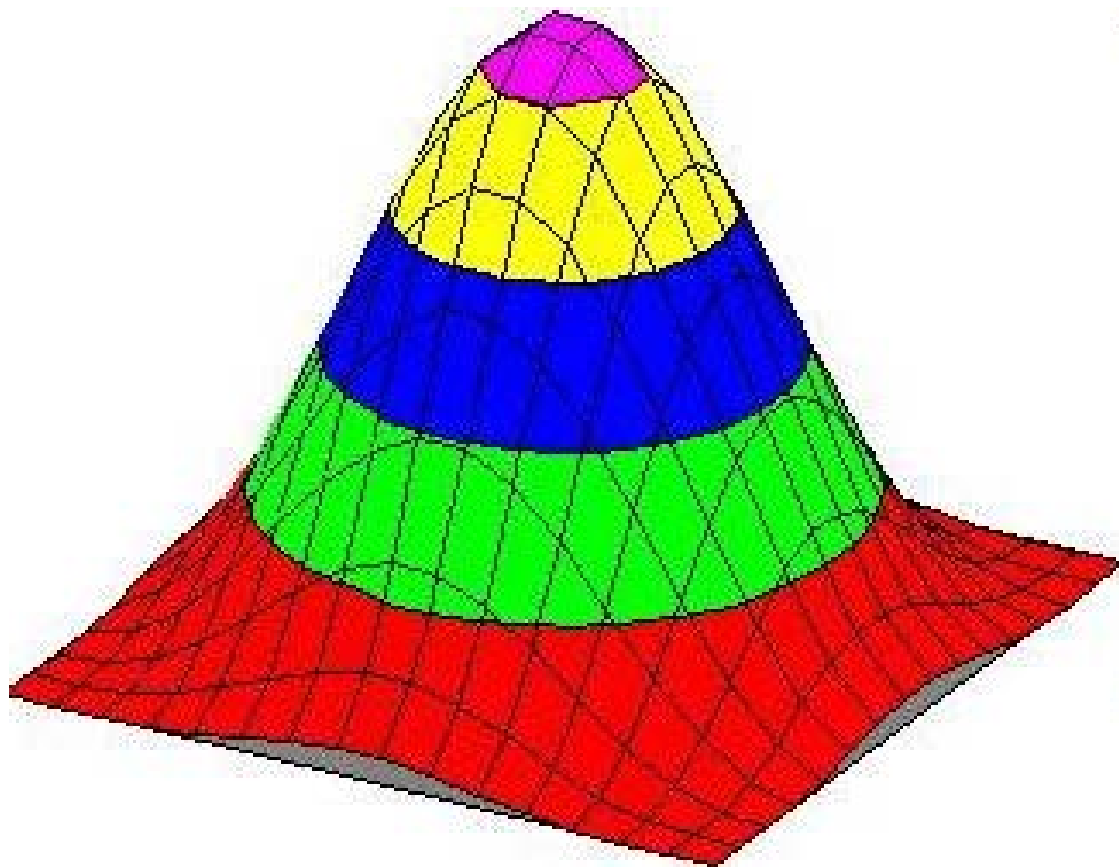


W najprostszym przypadku κ jest taki sam dla wszystkich cząstek. Jednakże długość wygładzania może być zmienna tak, aby zapewnić stałą ilość cząstek przy wygładzaniu funkcji:



Gauss

$$W(R, h) = \alpha_d e^{-R^2}$$



Dokładność zależy m.in. od zdefiniowania funkcji Kernel:

B – spline

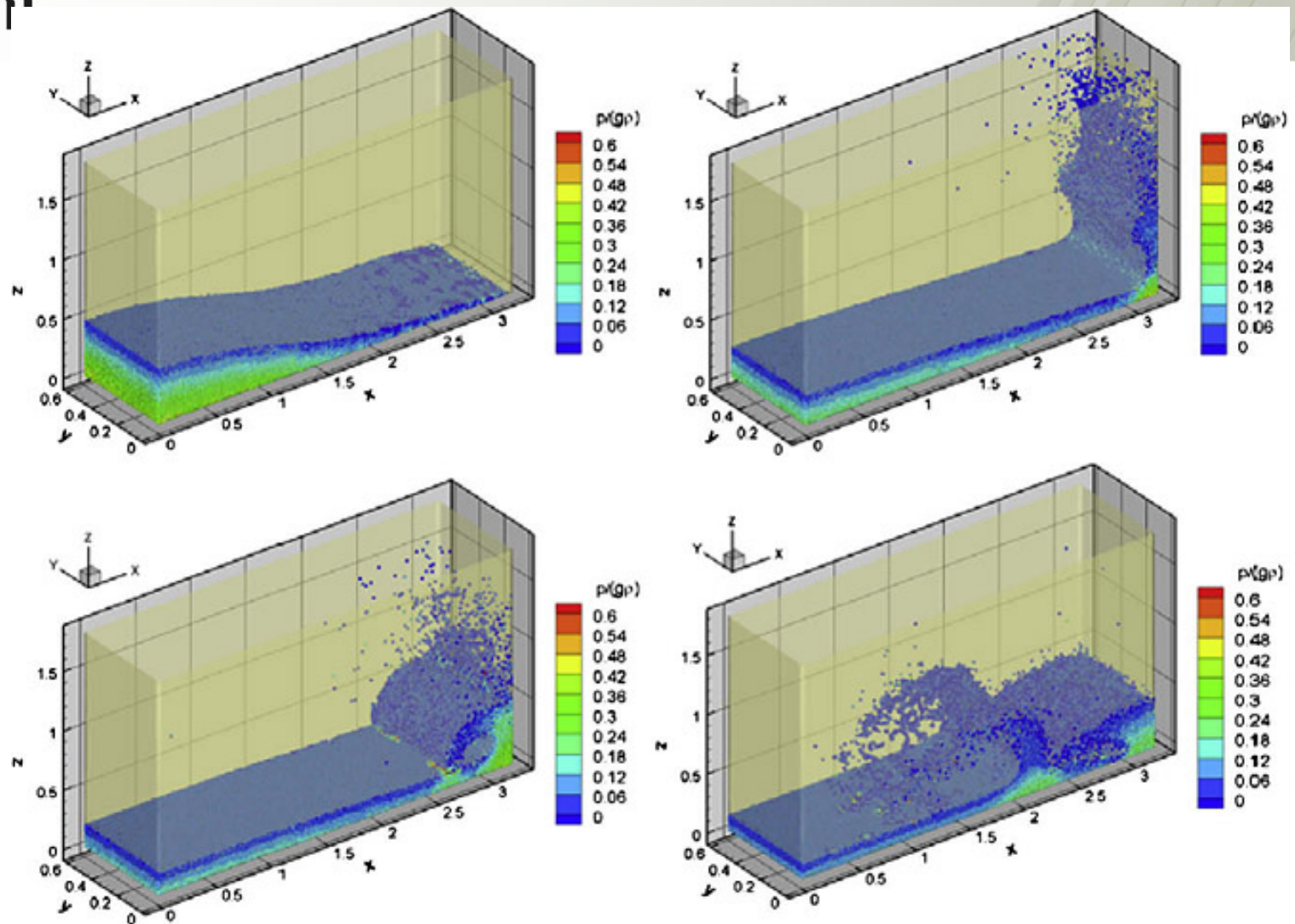
$$W(R, h) = \alpha_d \begin{cases} \frac{2}{3} - R^2 + \frac{1}{2} R^3 & 0 \leq R < 1 \\ \frac{1}{6} (2 - R)^3 & 1 \leq R < 2 \\ 0 & R \geq 2 \end{cases}$$

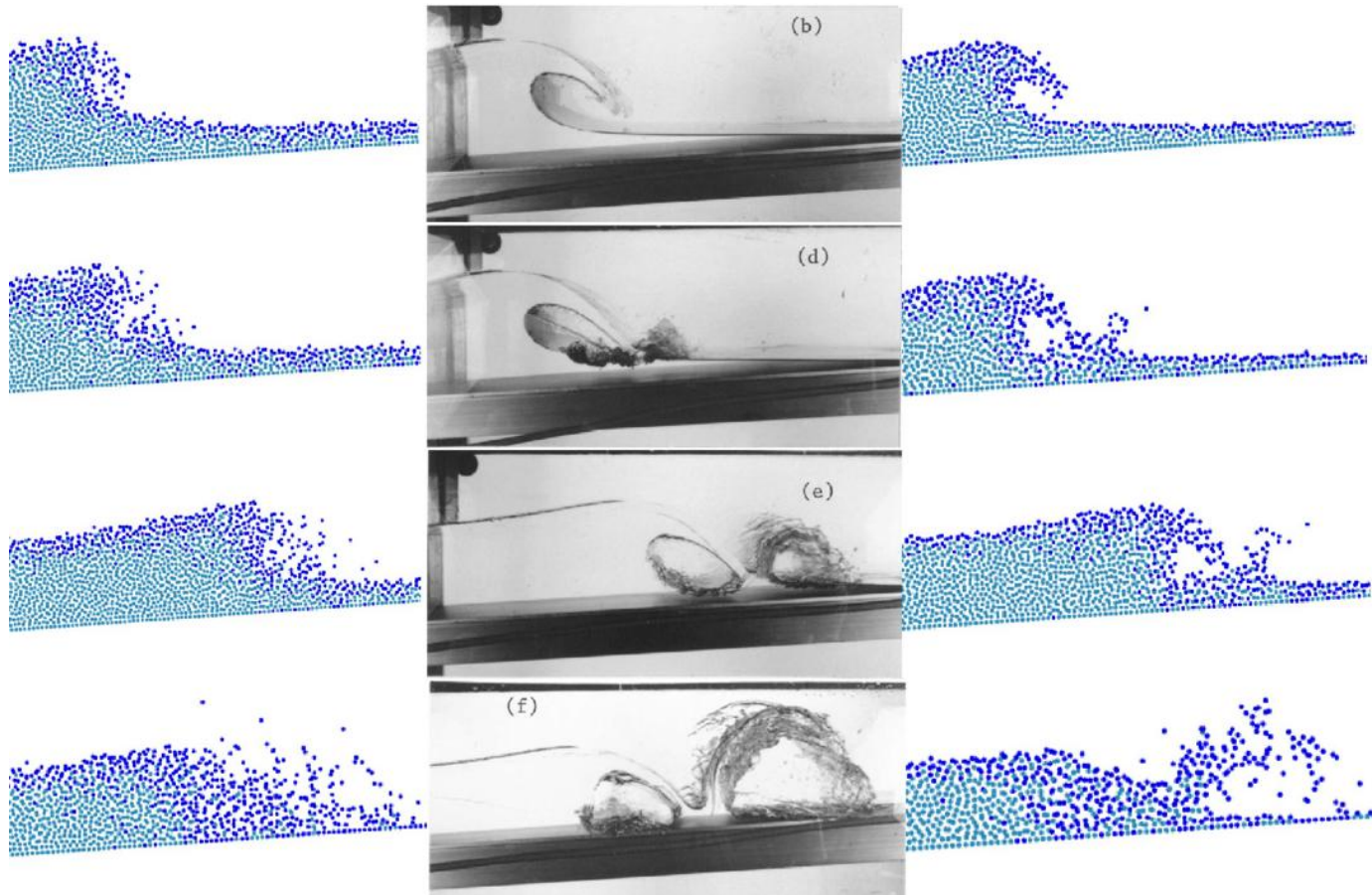
$$\alpha_d = 1/h_{sm}, 15/7 \pi h_{sm}^2, 3/2 p h_{sm}^3$$

Quintic spline

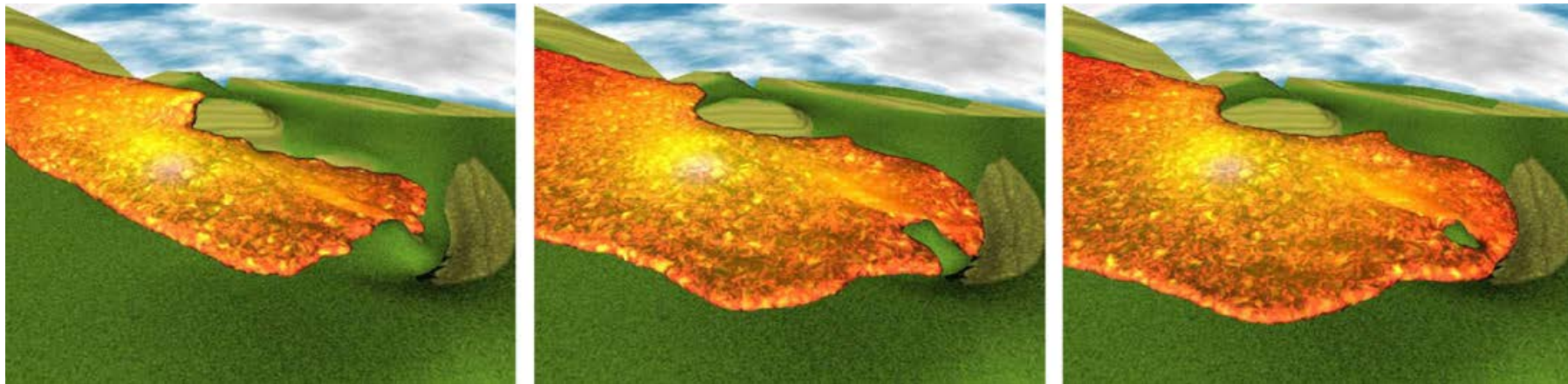
$$W(R, h) = \alpha_d \begin{cases} (3 - R)^5 - 6(2 - R)^5 + 15(1 - R)^5 & 0 \leq R < 1 \\ (3 - R)^5 - 6(2 - R)^5 & 1 \leq R < 2 \\ (3 - R)^5 & 2 \leq R < 3 \\ 0 & R > 3 \end{cases}$$

$$\alpha_d = 120/h_{sm}, 7/478 \pi h_{sm}^2, 3/359 p h_{sm}^3$$

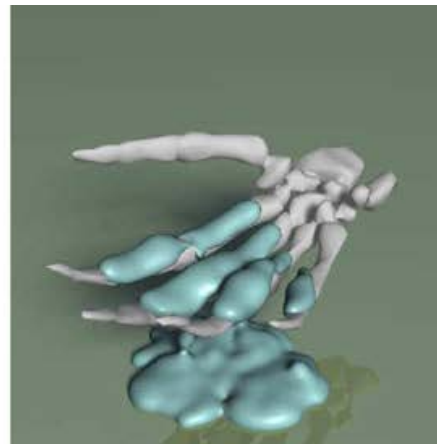
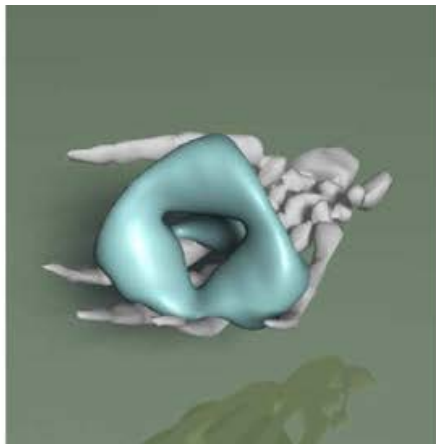
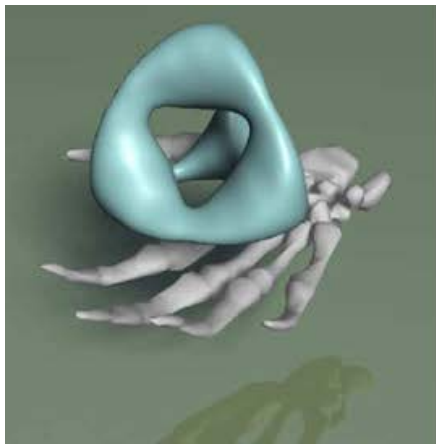


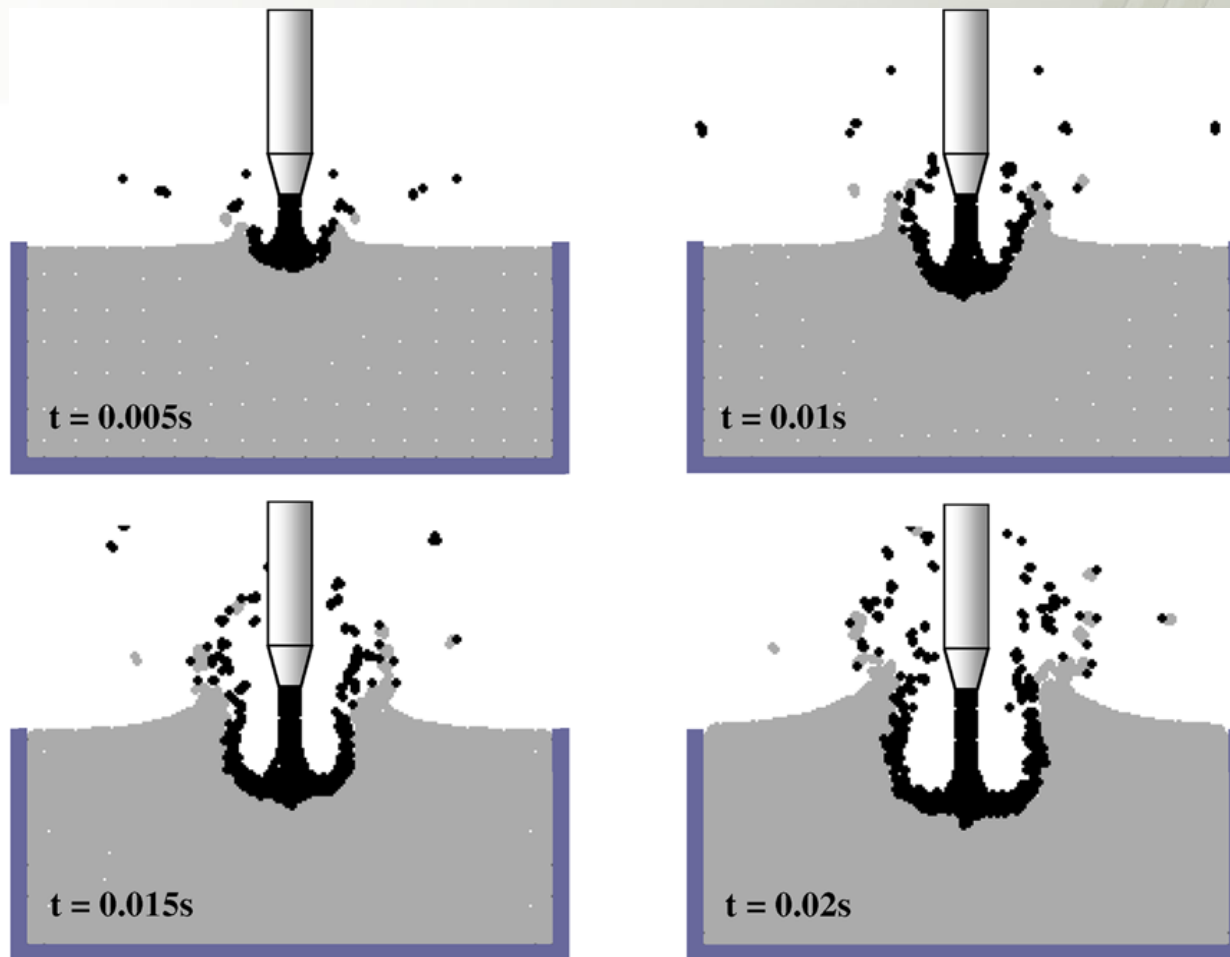


[A. Khayyer, H. Gotoh, S. D. Shao, *Corrected Incompressible SPH method for accurate water-surface tracking in breaking waves*, Coastal Engineering, 55 (2008), 236–250.]



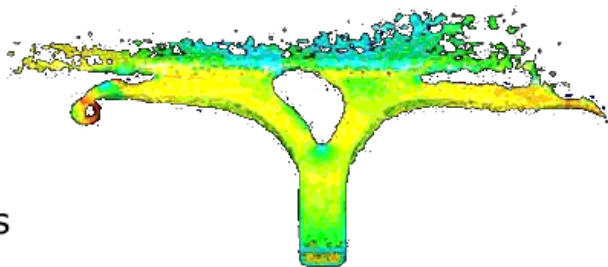
symulacja lawy i innych płynów [A. Paiva, F. Petronetto, T. Lewiner, G. Tavares, *Particle-based viscoplastic fluid/solid simulation*, Computer-Aided Design, 41 (2008), 306-314]



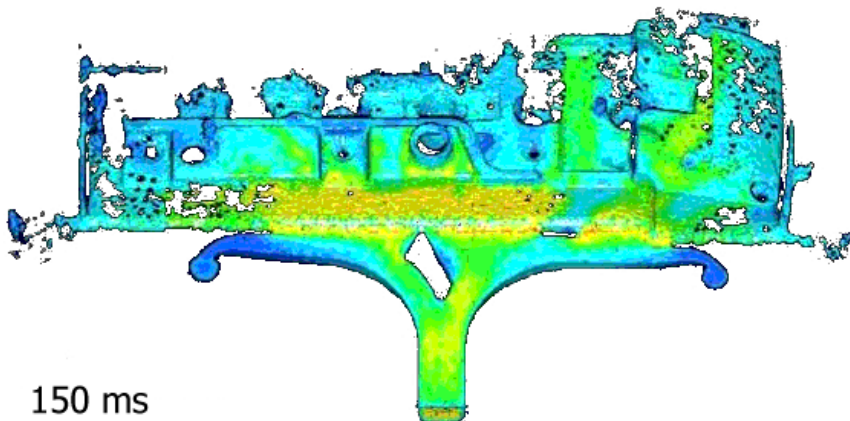


Drażenie nasyconej ziemi, wodą o prędkości 25 m/s [H. H. Bui, K. Sako, R. Fukagawa, *Numerical simulation of soil–water interaction using smoothed particle hydrodynamics (SPH) method*, Journal of Terramechanics, 44 (2007), 339–346]

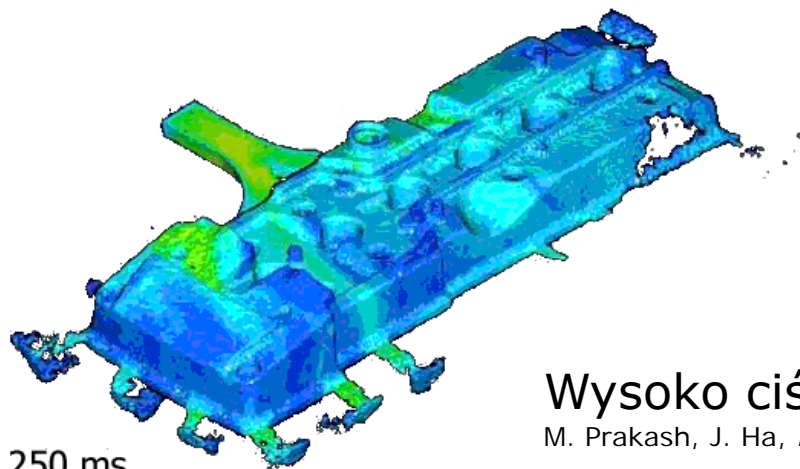
50 ms



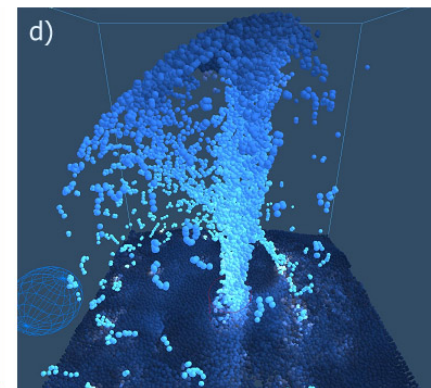
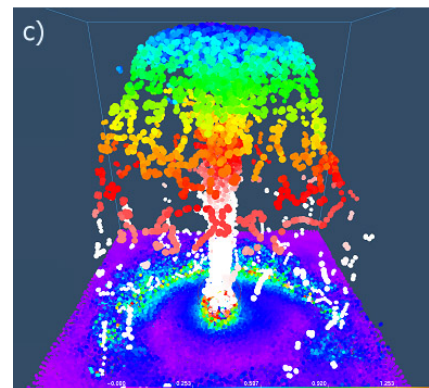
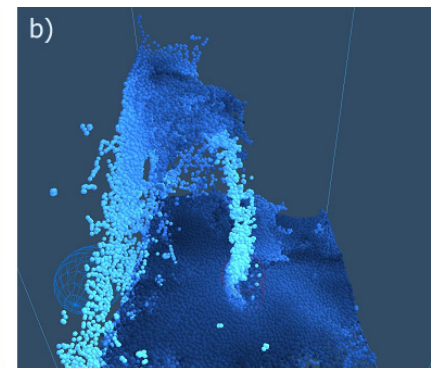
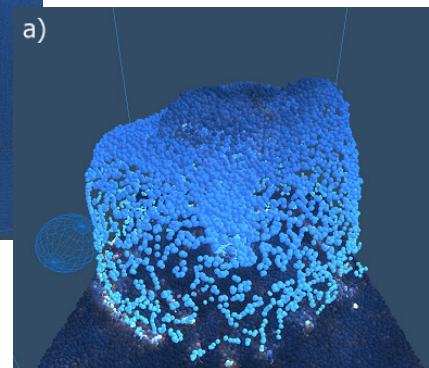
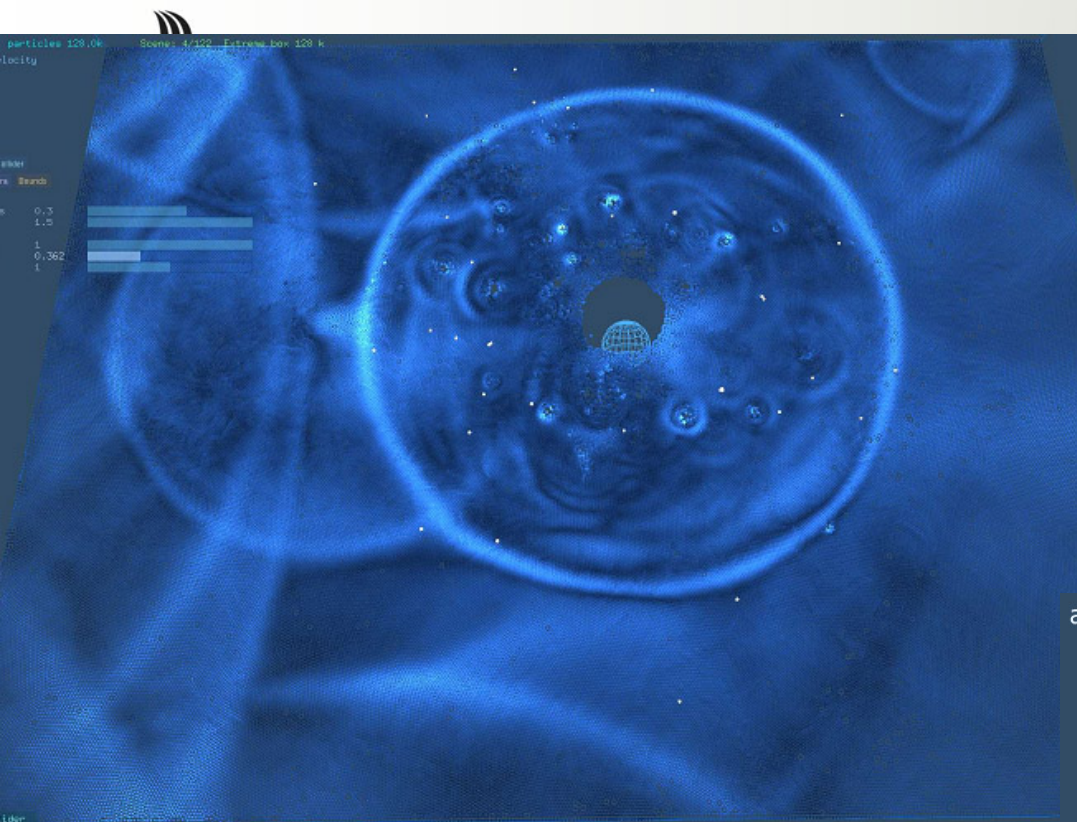
150 ms

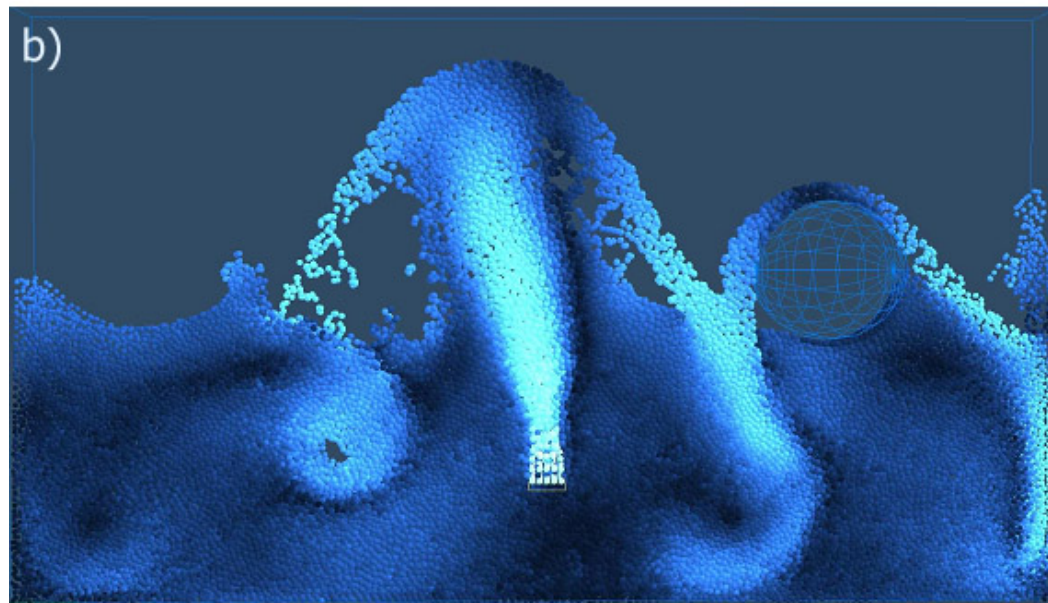
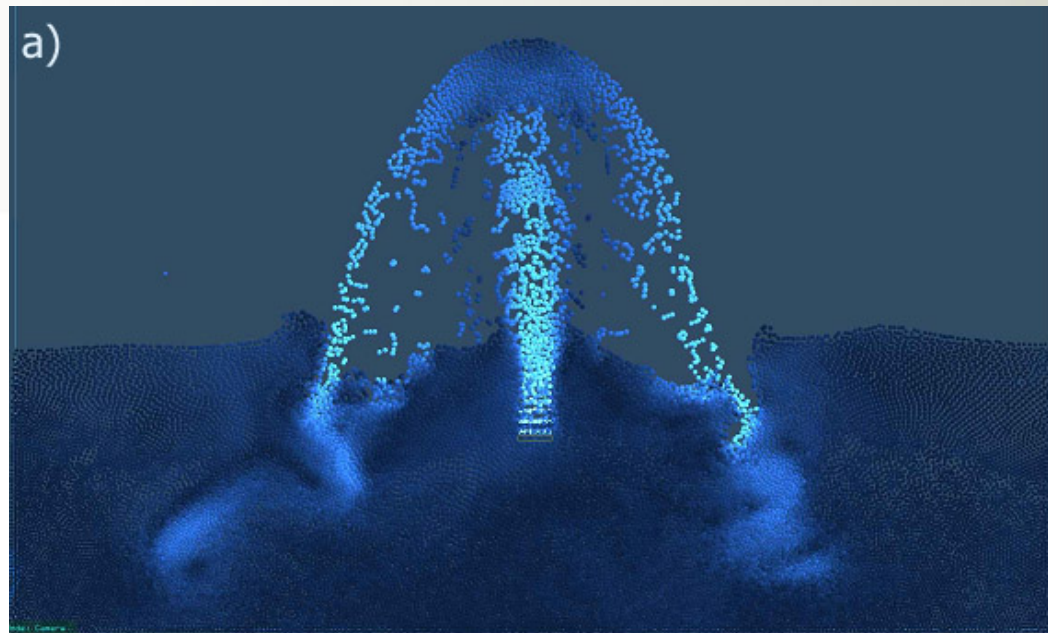


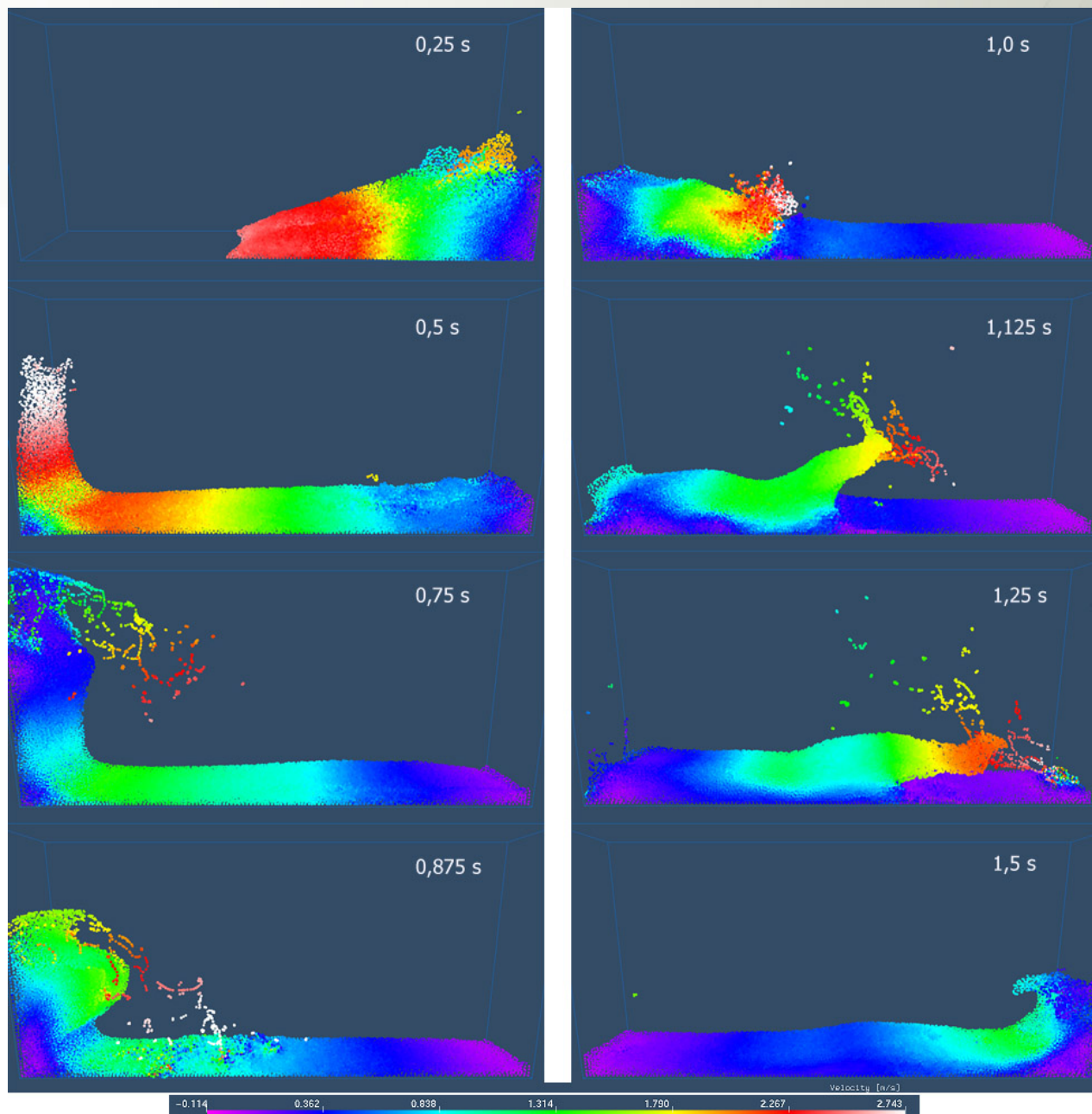
250 ms



Wysoko ciśnieniowe zalewnie matrycy [P. W. Cleary, M. Prakash, J. Ha, *Novel applications of smoothed particle hydrodynamics (SPH) in metal forming*, Journal of Materials Processing Technology, 177 (2006), 41–48.]





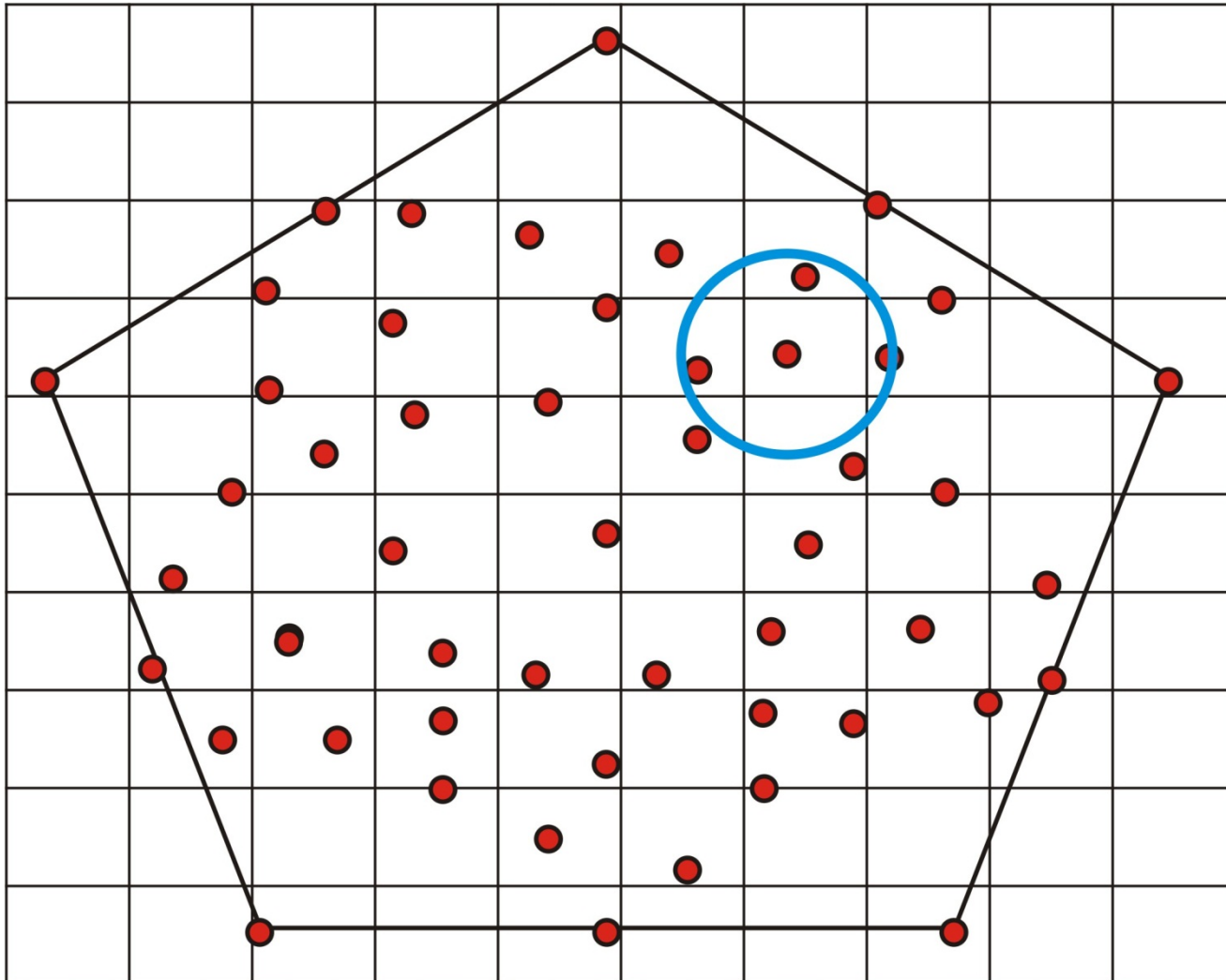




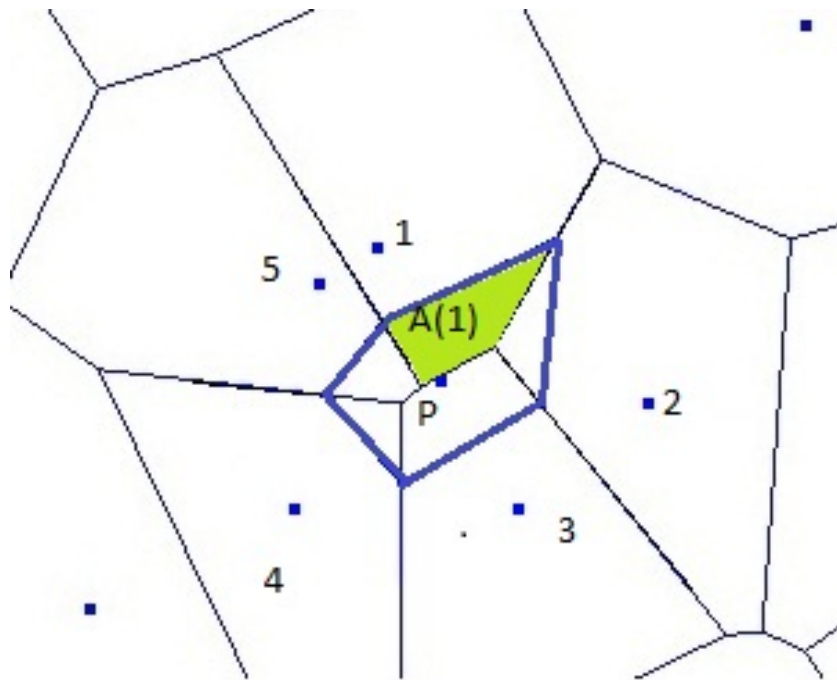
Wybrane metody bezsiatkowe

- Diffuse element method (DEM) (1992)
- Dissipative particle dynamics (DPD) (1992)
- Element-free Galerkin method (EFG / EFGM) (1994)
- Reproducing kernel particle method (RKPM) (1995)
- Finite pointset method (FPM) (1998)
- Natural element method (NEM)
- Material Point Method (MPM)
- Meshless local Petrov Galerkin (MLPG)
- Moving particle semi-implicit (MPS)
- Generalized finite difference method (GFDM)
- Particle-in-cell (PIC)
- Moving particle finite element method (MPFEM)
- Finite cloud method (FCM)
- Boundary node method (BNM)
- Boundary cloud method (BCM)
- Method of fundamental solution (MFS)
- Method of particular solution (MPS)
- Method of Finite Spheres (MFS)
- Discrete Vortex Method (DVM)

Element-free Galerkin method (EFG / EFGM)

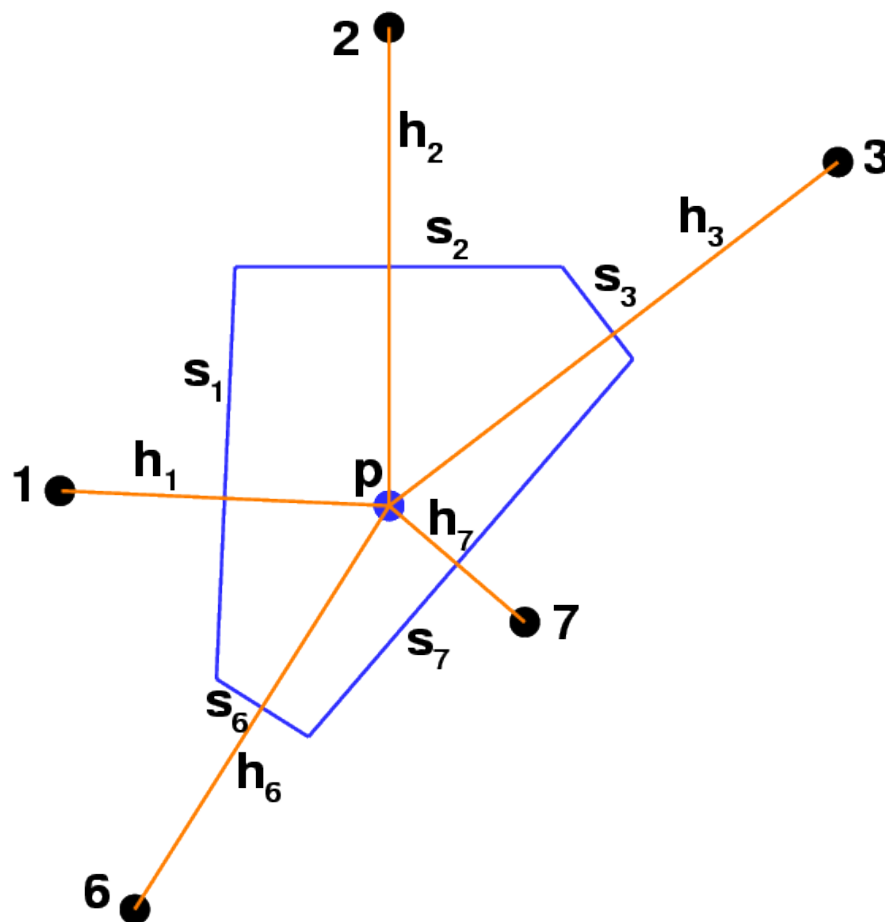


Natural element method Wersja Sibsona



$$\phi_I(x) = \frac{A_I(x)}{A(x)}$$

$$A(x) = \sum_{J=1}^n A_J(x)$$



$$\phi_I(x) = \frac{\alpha_I(x)}{\sum_{J=1}^n \alpha_J(x)}$$

$$\alpha_I(x) = \frac{s_I(x)}{h_I(x)}$$